

[This question paper contains 24 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 975

G

Unique Paper Code : 2272201102

Name of the Paper : Basic Mathematics for
Economic Analysis

Name of the Course : B.A. (Prog.) Economics
(Major) DSC-2

Semester : I

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Answers may be written either in English or in Hindi but the same medium should be used throughout the paper.
3. There are three sections in this question paper. Number of questions to be attempted from each section is given at the beginning of each section.
4. Each question carries equal marks.

P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए ।
2. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।
3. इस प्रश्न पत्र में तीन खंड हैं । प्रत्येक खंड से हल किए जाने वाले प्रश्नों की संख्या प्रत्येक खंड की शुरुआत में दी गई है ।
4. प्रत्येक प्रश्न के अंक समान हैं ।

SECTION A (खंड क)

(Attempt any 4 questions out of 6)

(6 में से किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर दीजिए।)

1. (a) All functions are relations. Is this statement true or false? Explain.
(b) Find the domain and range of the following functions and draw their graphs.

$$(i) g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$(ii) f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad (2+8)$$

(क) सभी फलन (function) में संबंध हैं। क्या यह कथन सत्य है या असत्य? स्पष्ट कीजिए।

(ख) निम्नलिखित फलन का डोमेन और रेंज ज्ञात कीजिए और उनके लेखाचित्र बनाएं।

$$(i) g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$(ii) f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

2. (a) Find the asymptotes of the function given below and show it graphically

$$f(x) = \frac{4x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1}$$

(b) Check if the limit exists for the following functions :

$$(i) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{16x^4 - 1}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{2x^2 - 2x} \quad (6+4)$$

(क) नीचे दिए गए फलन की अनन्तस्पर्शियां ज्ञात कीजिए और इन्हें लेखाचित्र के रूप में दिखाएं।

$$f(x) = \frac{4x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1}$$

(ख) जाँच कीजिए कि क्या निम्न फलन के लिए सीमा उपलब्ध है :

$$(i) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{16x^4 - 1}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{2x^2 - 2x}$$

3. (a) Suppose the demand and supply functions are as given below :

$$Q_d = 86 - 0.8 P$$

$$Q_s = -10 + 0.2 P$$

Find the equilibrium price and quantity and show it graphically.

- (b) Find the Marginal product (MP) and Average Product (AP) of the following Total Product function :

$Q = 10L + 20L^2 - 0.60L^3$ (where, Q is the total output level and L is the units of labor input) Also, find the value of L for which the first order derivatives of the MP and AP are zero.

(5+5)

P.T.O.

(क) मान लीजिए कि मांग और आपूर्ति फलन नीचे दिए गए हैं:

$$Q_d = 86 - 0.8 P$$

$$Q_s = -10 + 0.2 P$$

संतुलन मूल्य और मात्रा ज्ञात कीजिए और इसे रेखांकित कीजिए।

(ख) निम्नलिखित कुल उत्पाद फलन का सीमांत उत्पाद (MP) और औसत उत्पाद (AP) ज्ञात कीजिये:

$$Q = 10L + 20L^2 - 0.60L^3$$

(जहाँ, Q कुल उत्पाद स्तर है और L श्रम आगत की इकाई है) साथ ही, L का मान ज्ञात कीजिये जिसके लिए MP और AP के पहले ऑर्डर डेरिवेटिव शून्य हैं।

4. (a) Find the roots of the following function of price:

$$f(P) = P^2 + 10P - 24$$

Also, make a graph of the above function, clearly showing its roots.

- (b) Examine the convergence or divergence of the following series :

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2 - n^3}{7 - 3n^3}$$

$$(ii) \sum_{n=1}^{\infty} n^{-2} \quad (5+5)$$

- (क) मूल्य के निम्नलिखित फलन के वर्गमूल ज्ञात कीजिये :

$$f(P) = P^2 + 10P - 24$$

इसके अलावा, उपरोक्त फलन का स्पष्ट रूप से इसके वर्गमूल दर्शाते हुए एक लेखाचित्र (graph) बनाएं।

(ख) निम्नलिखित श्रृंखला के अभिसरण या विचलन की जाँच कीजिए :

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2 - n^3}{7 - 3n^3}$$

$$(ii) \sum_{n=1}^{\infty} n^{-2}$$

5. (a) Find the rank of the given matrix :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

(b) Determine if the following sequences converge or diverge :

$$(i) S_n = \left(\frac{-1}{n}\right)^n$$

$$(ii) S_n = 2n + 3 \quad (6+4)$$

(क) दिए गए आव्यूह की रैंक ज्ञात कीजिये :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

(ख) निर्धारित कीजिए कि क्या निम्न अनुक्रम अभिसरण हैं या विचलन हैं :

$$(i) S_n = \left(\frac{-1}{n} \right)^n$$

$$(ii) S_n = 2n + 3$$

6. (a) Write the given system of linear equations in a matrix form and then solve for X_1 , X_2 and X_3 by finding the inverse of the coefficient matrix :

$$-X_1 + 3X_2 + 2X_3 = 24$$

$$X_1 + X_3 = 6$$

$$5X_2 - X_3 = 8$$

(b) Solve the following system of linear equations using the Cramer's rule :

$$x + y - z = 6$$

$$3x - 2y + z = -5$$

$$x + 3y - 2z = 14$$

(5+5)

(क) रेखीय समीकरणों की दी गई प्रणाली को आव्यूह रूप में लिखिए और फिर गुणांक आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात करके X_1 , X_2 और X_3 को हल कीजिए :

$$-X_1 + 3X_2 + 2X_3 = 24$$

$$X_1 + X_3 = 6$$

$$5X_2 - X_3 = 8$$

(ख) क्रैमर के नियम का उपयोग करके रेखिक समीकरणों की निम्नलिखित प्रणाली को हल कीजिए :

$$x + y - z = 6$$

$$3x - 2y + z = -5$$

$$x + 3y - 2z = 14$$

SECTION B (खंड B)

(Attempt any 3 questions out of 4)

(4 में से किन्हीं 3 प्रश्नों का उत्तर दीजिए।)

7. (a) There is an infinite series given by :

$$1 + \left(\frac{x}{5}\right) + \left(\frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{x}{5}\right)^3 + \dots$$

Find the sum of the series for $x = 2.5$. Also check if this series converges.

(b) Assume that three vectors $\{a, b, c\}$ are linearly independent of each other in a vector space S , show that

(i) the set $\{a + b, b + c, a + c\}$ is linearly independent.

(ii) the set $\{b, c\}$ is linearly independent.

(6+4)

(क) नीचे एक अनंत श्रृंखला दी गई है :

$$1 + \left(\frac{x}{5}\right) + \left(\frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{x}{5}\right)^3 + \dots$$

$x = 2.5$ के लिए श्रृंखला का योग ज्ञात कीजिये। यह भी जाँच कीजिए कि क्या यह श्रृंखला अभिसरण है।

(ख) मान लीजिए कि तीन सदिश $\{a, b, c\}$ एक सदिश स्पेस S में रैखिक रूप से एक दूसरे से स्वतंत्र हैं, उसे दर्शाएं

(i) समुच्चय $\{a + b, b + c, a + c\}$ रैखिक रूप से स्वतंत्र है।

(ii) समुच्चय $\{b, c\}$ रैखिक रूप से स्वतंत्र है।

8. (a) Solve for x :

$$(2^x - 64)^3 + 18 (2^x - 64)^2 = 0$$

(b) Calculate the present value of each cash flow using a discounted rate of 7% per annum. Which one should one prefer?

(i) Flow of funds Rs. 40 every month, forever, first payment starting next month.

(ii) Flow of funds Rs. 25 every month, for 6 months, starting today. (4+6)

(क) x को हल कीजिए :

$$(2^x - 64)^3 + 18 (2^x - 64)^2 = 0$$

(ख) प्रति वर्ष 7% की रियायती दर का उपयोग करके प्रत्येक नकदी प्रवाह के वर्तमान मूल्य की गणना कीजिए। किसे अधिमान्यता दी जानी चाहिए?

(i) धन का प्रवाह हर महीने 40 रुपये, हमेशा के लिए, पहला भुगतान अगले महीने से शुरू होता है।

(ii) आज से शुरू हो रहे 6 महीने के लिए हर महीने 25 रुपये की धनराशि का प्रवाह।

9. (a) (i) A survey revealed that 50 people liked newspaper A, 40 liked newspaper B, 35 liked both A and B, and 10 did not like either A or B. How many persons in all responded to the survey?

(ii) Suppose a_0, a_1, a_2, \dots represent the returns in successive years to an investment project, where $a_0 < 0$ and $a_i = a$ for $a_i = 1, 2, \dots, n$, if n is very large, find an approximate expression for the internal rate of return.

(b) Are the following functions strictly monotonic?

(i) $y = 7x^7 + x^5 + 2x$

(ii) $y = -x^4 - 3x$ where $x > 0$

For each strictly monotonic function, find the derivative of x with respect to y , using the inverse function rule. (7+3)

(क) (i) एक सर्वेक्षण से पता चला है कि 50 लोगों ने अखबार A को पसंद किया, 40 ने अखबार B पसंद किया, 35 ने A और B दोनों को पसंद किया, और 10 ने A या B दोनों को पसंद नहीं किया। सर्वेक्षण में कुल कितने व्यक्तियों ने उत्तर दिया?

(ii) मान लीजिए कि a_0, a_1, a_2, \dots एक निवेश परियोजना के क्रमिक वर्षों में प्रतिफल देता है, जहाँ $a_0 < 0$ और $a_i = a$ के लिए $i = 1, 2, \dots, n$, यदि n अत्यधिक बड़ा है, तो प्रतिफल की आंतरिक दर के लिए एक अनुमानित अभिव्यक्ति ज्ञात कीजिए।

(ख) क्या निम्नलिखित निरंतर एकदिष्ट फलन हैं?

$$(i) y = 7x^7 + x^5 + 2x$$

$$(ii) y = -x^4 - 3x \text{ जहाँ } x > 0$$

प्रत्येक निरंतर एकदिष्ट फलन के लिए, व्युत्क्रम फलन का उपयोग करके, y के संबंध में x का व्युत्पन्न ज्ञात कीजिए।

10. (a) Examine whether the following functions are continuous in their domain :

$$(i) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{if } x \leq 0 \\ 5x - 4 & \text{if } 0 < x \leq 1 \\ 4x^2 - 3x & \text{if } 1 < x < 2 \\ 3x + 4 & \text{if } x \geq 2 \end{cases}$$

$$(ii) g(x) = \frac{|x-9|}{x-9}$$

(b) Examine whether the following functions are differentiable in their domain :

$$(i) f(x) = |x - 2| + 1$$

$$(ii) h(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & \text{if } x \neq 0 \\ 1 & \text{if } x = 0 \end{cases} \quad (10)$$

(क) जाँच कीजिए कि क्या निम्न फलन उनके डोमेन में निरंतर हैं:

$$(i) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{if } x \leq 0 \\ 5x - 4 & \text{if } 0 < x \leq 1 \\ 4x^2 - 3x & \text{if } 1 < x < 2 \\ 3x + 4 & \text{if } x \geq 2 \end{cases}$$

$$(ii) g(x) = \frac{|x-9|}{x-9}$$

(ख) जाँच कीजिए कि क्या निम्न फलन उनके क्षेत्रों में निम्न हैं:

$$(i) f(x) = |x - 2| + 1$$

$$(ii) h(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & \text{if } x \neq 0 \\ 1 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

SECTION C (खंड ग)

(Attempt any 2 questions out of 3)

(3 में से किन्हीं 2 प्रश्नों का उत्तर दीजिए।)

11. (a) Determine the rank of the following matrix, for all values of t :

$$\begin{bmatrix} 5-t & 2 & 1 \\ 2 & 1-t & 0 \\ 1 & 0 & 1-t \end{bmatrix}$$

For what values of t will the matrix be singular?

(b) Is $r(AB) = r(BA)$? Why or Why not? (Note: A and B are arbitrary matrices conformable for multiplication and $r(AB)$ is the rank of the matrix AB and $r(BA)$ is the rank of the matrix BA).

(7+3)

(क) t के सभी मानों के लिए, निम्न आव्यूह की रैंक निर्धारित कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 5-t & 2 & 1 \\ 2 & 1-t & 0 \\ 1 & 0 & 1-t \end{bmatrix}$$

t के किन मानों के लिए आव्यूह एकवचन होगा?

(ख) क्या $r(AB) = r(BA)$ है? क्यों या क्यों नहीं? (टिप्पणी: A और B गुणा के लिए अनुरूप मनमाने आव्यूह हैं और $r(AB)$ आव्यूह AB का रैंक है और $r(BA)$ आव्यूह (BA) का रैंक है।

12. An economy has three industries: an agricultural industry, a mining industry, and a manufacturing industry. To produce one unit of agricultural output, the agricultural sector requires 0.3 units of its own output, 0.2 units of mining output and 0.4 units of manufacturing output. To produce one unit of mining output, the mining sector requires 0.5 units of agricultural output, 0.2 units of its own output and 0.2 units of manufacturing output. To produce one unit of manufacturing output requires 0.3 units of agricultural output, 0.3 units of mining output and 0.3 units of its own output. Suppose also that total production of agricultural, mining and manufacturing industry is x , y , and z , respectively. And, final demands of output of agricultural sector, mining sector and manufacturing sector are given as 120 units, 90 units and 150 units.

(a) Write down the system of linear equations for the above economy such that each sector/industry is in equilibrium (total demand of each output equals its supply).

(b) Solve the above system of linear equations for x , y , and z . (3+7)

एक अर्थव्यवस्था में तीन उद्योग होते हैं: एक कृषि उद्योग, एक खनन उद्योग और एक विनिर्माण उद्योग। कृषि उत्पादन की इकाई का उत्पादन करने के लिए, कृषि क्षेत्र को अपने स्वयं के उत्पादन की 0.3 इकाइयों, खनन उत्पादन की 0.2 इकाइयों और विनिर्माण उत्पादन की 0.4 इकाइयों की आवश्यकता होती है। खनन उत्पादन की एक इकाई का उत्पादन करने के लिए, खनन क्षेत्र को कृषि उत्पादन की 0.5 इकाइयों, अपने स्वयं के उत्पादन की 0.2 इकाइयों और विनिर्माण उत्पादन की 0.2 इकाइयों की आवश्यकता होती है। विनिर्माण उत्पादन की एक इकाई का उत्पादन करने के लिए कृषि उत्पादन की 0.3 इकाइयों, खनन उत्पादन की 0.3 इकाइयों और अपने स्वयं के उत्पादन की

$$(i) d(u, v) \equiv \text{Max} \{|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|\}$$

$$(ii) d(u, v) = 1 \text{ if } u \neq v \text{ and } d(u, v) = 0 \text{ if } u = v$$